Grundläggande matematik och Ohms lag

Anders Sikvall, SM0UEI
Täby Sändaramatörer, TSA

20 mars 2017

1 Grundläggande matematik

1.1 Tiopotenser

Potenser skrivs som en siffra med en liten upphöjd siffra efteråt. Ett exempel kan vara 2^3 vilket betyder att siffran 2 multipliceras med sig själv två gånger och vi får då $2 \cdot 2 \cdot 2$. Räknar vi ut vad detta blir så får vi förstås talet 8. Notationen är alltså $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.

Använder vi negativa exponentsiffror betyder det $1/2$ i fallet ovan. Därmed är alltså 2^{-2} samma sak som $1/2 \cdot 1/2 = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$

Eftersom vårat talsystem har basen 10 finns det en särskilt bra användning när basen i potensen är 10. Det blir nämligen så att man kan i princip ”räkna nollor”. En potens som 10^3 betyder ju då $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$. detta skall vi se är ganska användbart när man hanterar stora och även små tal.

Tiopotenser är ett sätt att skriva mycket stora eller mycket små tal så att de lättare kan hanteras när man skall räkna med dem. Tiopotenser är mycket användbara och förekommer i nästan alla vetenskapliga sammanhang där man skall räkna eller använda uppmätt data.

Potensformen ser ut som $m \cdot 10^e$ där m är ett tal som kallas mantissan och e kallas för exponenten. Alla tal kan skrivas på exponentformen och det är särskilt praktiskt när man skall räkna med mycket små och mycket stora tal.

Tiopotenser är praktiska av alla möjliga skäl men vi skall titta på hur man använder dem för att enklare hantera stora och små tal matematiskt. Det är ju lätt att göra fel om man har många siffror och framför allt nollor.

Låt oss ta ett slumpmässigt valt tal, t.ex. 100. Detta tal kan ju skrivas som $10 \cdot 10$. Ett tal som $10\,000$ kan skrivas som $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$. Med det i bakhuvudet kan vi titta lite på vad potenstal egentligen är.

För på samma sätt som 10^2 betyder talet 100 så betyder 10^{-2} en hundradel vilket vi skriver $0,01$. Vi drar oss till minnes att potensformed med en negativ exponent betyder $1/10$ i detta fall vilket ju är $0,1$.

Med upprepad multiplikation av $0,1$ kan vi se hur detta fungerar, $10^{-3} = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,001$ vilket då är en tusendel, dvs $1/1000$.

För att omvandla ett tal till exponentform räknar man hur många steg man delar det med tio för positiv exponent och antal gånger man multiplicerar det med tio för negativ exponent. Nedan följer några exempel:

Tio tusen $10\,000 = 10 \cdot 10^3 = 1 \cdot 10^4$ alltså 4 st nollor

$2\,000\,000 = 2 \cdot 10^6$ alltså 6 st nollor

$56\,000\,000\,000 = 56 \cdot 10^9 = 5,6 \cdot 10^{10}$

Och för mycket små tal:

$0,001 = 1 \cdot 10^{-3}$

$0,000\,004 = 4 \cdot 10^{-6}$

1.2 Att räkna med potenser

Att räkna med potenser är ganska enkelt egentligen men kanske kräver lite övning. Ett sätt att göra det är att börja med naturliga tal och sedan gå över till potensform.

Tänk er att vi skall multiplicera följande: $200 \cdot 300$. Svaret blir ett ganska stort tal nämligen 60 000 så redan här är potenser användbara.

Om vi skriver om talet på potensform får vi $2 \cdot 10^2 \times 3 \cdot 10^2$. Nu kan vi se hur det fungerar. Först multiplicerar vi mantissorna $2 \cdot 3 = 6$ och sedan *adderar vi exponenterna* $2 + 2 = 4$ och det nya talet blir därmed $6 \cdot 10^4$

Att dividera fungerar på liknande sätt. Om vi har talet 40 000 och skall dela det med 20 så kan vi i potensnotation skriva det som:

$$\frac{40\,000}{20} = \frac{4 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^1}$$

Vi utför då divisionen med mantissan först: $4/2 = 2$ och därefter *subtraherar vi exponenterna* $4 - 1$ så blir resultatet därmed: $2 \cdot 10^3 = 2\,000$

Samma sak gäller för mycket små tal, en tusendel, $0,001$ kan skrivas som $1 \cdot 10^{-3}$ och om vi multiplicerar det med 20 får vi $1 \cdot 10^{-3} \times 2 \cdot 10^1$ Om vi gör på samma sätt nu att vi multiplicerar mantissorna $1 \cdot 2 = 2$ och adderar exponenterna $-3 + 1 = -2$ så får vi resultatet $2 \cdot 10^{-2} = 0,02$.

Ni vi skall addera och subtrahera med tal skrivna i potensform omvandlar vi dem till samma potens först innan vi utför själva additionen eller subtraktionen. När vi är klara kan vi omvandla dem tillbaka till lämplig potens igen.

Exempel: Vi skall addera $2 \cdot 10^2$ med $1 \cdot 10^3$. Detta kan vi läsa ut som att addera talen 200 och 1 000, men om vi räknar i potensform omvandlar vi först den ena till samma potens, t.ex. $1 \cdot 10^3$ skriver vi i stället som $10 \cdot 10^2$. Detta är samma värde och nu kan vi utföra additionen enkelt som:

$$2 \cdot 10^2 + 10 \cdot 10^2 = 12 \cdot 10^2$$

Vi lägger alltså ihop mantissorna. Subtraktion fungerar på samma vis fast vi drar ifrån mantissorna.

Svaret i potensform $12 \cdot 10^2$ är förstås samma som 1 200. Detta är inte konstigare än att om vi adderar 200 gram till 1 kg så får vi 1,2 kg eller 1200 gram.

1.3 Prefix

Vissa av de tidigare nu genomgånga potenserna har fått särskilda namn inom det så kallade ”SI-systemet”. Dessa är standardiserade och ni har definitivt stött på ett antal av dem tidigare. Det är inget konstigt med detta förutom att ni kanske inte hört namnet prefix tidigare.

Några av de mest kända prefixen är t.ex. kilo och milli. Tänk på kilogram (= 1 000 gram) och millimeter (= 0, 001 meter). Namnen har de ofta fått från latin eller grekiskans ord för tusen eller tusendel osv.

Inom amatörradiohobbyn behöver man kunna räkna på några enkla elektriska kretsar, på våglängder och frekvens och en del andra saker. Då kommer dessa prefix att vara nödvändiga att kunna. Vi måste också kunna omvandla mellan dem och vi måste förstå hur de relaterar till varandra.

De prefix vi skall känna till och deras respektive potenser skrivs i denna tabell. Några av de vanliga vi inte måste kunna men som används dagligen har jag också tagit med, dessa står inom parenteser:

Prefix	**Namn**	**Bet.**	**Prefix**	**Namn**	**Bet.**
10^1	(deka)	da	10^{-1}	deci	d
10^2	(hekto)	h	10^{-2}	(centi)	c
10^3	kilo	k	10^{-3}	milli	m
10^6	mega	M	10^{-6}	mikro	µ
10^9	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{12}	tera	T	10^{-12}	piko	p

Tabell 1: De vanligaste prefixen

Exempel på hur prefix används är t.ex. decibel, dB eller megahertz, MHz och för komponentvärden t.ex. kilo-ohm (kohm,kΩ) eller megaohm (Mohm, MΩ).

Det finns förstås många fler prefix men dessa täcker de vi normalt kommer i kontakt med in amatörradiohobbyn. Vill ni veta mera så kolla på Wikipedia som har bra artiklar om detta.

https://sv.wikipedia.org/wiki/SI-prefix

När man räknar med prefix ersätter man prefixnamnet med dess motsvarande potens. Skall vi t.ex. addera två motståndsvärden varav den ena har 4 kOhm och den andra 8 kOhm kan vi skriva det som: $4 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^3 = 12 \cdot 10^3$ Ohm eller 12 kOhm.

1.3.1 På miniräknaren

På de flesta miniräknare utom de allra enklaste modellerna finns det en särskild knapp för potensräkning. Knappen brukar betecknas med E och betyder just exponent.

Ibland förekommer andra beteckningar, t.ex. 10^x, och dessa fungerar på samma sätt.

Om vi skall mata in talet $5,6 \cdot 10^3$ så slår vi på miniräknaren helt enkelt:

5 , 6 E 3

Då kan räknaren antingen visa talet i potensform eller som 5 600 vilket ju är samma sak. Skall vi addera två potenstal, exempelvis $680 \cdot 10^3$ och $12 \cdot 10^4$ så slår vi precis som vanligt in talen i ordning med plustecken mellan dem:

6 8 0 E 3 + 1 2 E 4

Resultatet skall ju bli $680\,000 + 120\,000 = 800\,000$ eller i potensform t.ex. $8 \cdot 10^5$.

På samma vis kan vi räkna multiplikation och division med flera matematiska operationer på miniräknaren.

1.4 Invers

Matematiskt är en invers inget konstigt utan inversen av talet x är helt enkelt $1/x$. Vi kommer stöta på detta när vi räknar med parallellkopplade resistanser och seriekopplade kapacitanser. Om man tar inversen av $1/x$ en gång till får man x igen.

Prova det på miniräknaren, det brukar finnas en knapp som är märkt $1/x$. Slå in t.ex. 5 och tryck på den. Displayen skall nu visa $0,2$ i stället. Tryck en gång till så står det 5 igen.

1.5 Matematiska prioriteringsregler

När man räknar med matematiska uttryck måste man slå in siffrorna på räknaren i rätt ordning. En del räknare förstår själva prioriteringsreglerna medan andra inte gör det.

Du kan själv prova om din räknare förstår prioriteringsreglerna eller ej genom att slå in följande tal, precis som det står, från vänster till höger:

$$1 + 5 \cdot 3$$

Om den förstår prioriteringsreglerna så kommer svaret att bli 16. Om den inte gör det kommer svaret bli 18.

Enligt prioriteringsreglerna så skall matematiken utföras i följande ordning:

1. Uttryck inom parenteser
2. Multiplikation och division
3. Addition och subtraktion

Om vi studerar talet ovan $1 + 5 \cdot 3$ så skall vi om vi gör rätt först beräkna $5 \cdot 3$ vilket blir 15. Därefter adderar vi 1 och får då totalt 16.

Om vi i stället först adderar $1+5$ och därefter multiplicerar med 3 får vi ju svaret 18 vilket är fel! Så det gäller att vi förstår i vilken ordning vi skall utföra de matematiska operationerna.

Ibland finns det ”osynliga parenteser” som i t.ex. följande tal:

$$\frac{1+3}{3-1}$$

Här skall vi betrakta det som står ovanför bråkstrecket (täljaren) som om det står inom en parentes liksom det som står under bråkstrecket (nämnaren). Vi börjar alltså med att beräkna dessa innan vi utför divisionen. I mellanledet får vi därför:

$$\frac{4}{2}$$

Och nu kan vi utföra divisionen $4/2 = 2$ och är klara med talet.

Det finns fler prioriteringsregler än de vi har nämnt här för matematiska operationer som vi inte behöver för denna kurs. Vi skall bara nämna också att även rottecken $\sqrt{}$ betyder en ”osynlig parentes”. Kvadratrot förekommer i vissa formler som vi skall lära oss senare och den osynliga parentesen sträcker sig lika långt som rotteckntet.

Exempel:

$$3 + \sqrt{12 + 6 \cdot 4} - 1$$

I ovanstående tal beräknas först $6 \cdot 4$ sedan lägger vi till 12, tar kvadratroten ur resultatet, adderar 3 och subtraherar 1. Tycker man det är knepigt så skriver man ut mellanleden för sig själv i beräkningarna, det gör det också lättare att upptäcka om man gör eventuella fel.

$$3 + \sqrt{12 + 24} - 1$$
$$3 + \sqrt{36} - 1$$
$$3 + 6 - 1 = 8$$

Not: Har ni sett de ”kluriga talen” som brukar förekomma på facebook? Det brukar stå något i stil med ”endast 2% klarar att lösa detta mattetal” och så har någon ställt upp en formel i stil med:

$$6 + 4 \div 2 - 1$$

Om man inte kan prioriteringsreglerna utan bara räknar från vänster till höger så får man $6 + 4 = 10$ och sedan tar man $10/2 = 5$ och sedan $5 - 1 = 4$. Om man däremot följer prioriteringsreglerna så utför man divisionen först $4 \div 2 = 2$ och får sedan $6 + 2 - 1 = 7$ vilker är rätt svar.

1.6 Ekvationer

Ekvation betyder likhet och rent specifikt betyder det att det som står på båda sidor av ett likhetstecken = har samma värde. Detta utnyttjas inom algebran där vi ”räknar med bokstäver” och kan användas för att flytta runt saker och ting.

En ekvation beskriver ofta förhållandet mellan ett antal *variabler*. Man kan lösa ut vilken variabel man vill ur en ekvation genom att tillämpa olika operationer på en ekvation.

Det enda villkoret är att man måste tillämpa samma operation på höger- såväl som vänsterledet.

Låt oss titta på en ekvation som ser ut såhär:

$$a = b \cdot c + d$$

Denna ekvation säger att a är lika med d adderat till produkten av b och c. Om vi skulle vilja lösa ut c i stället kan vi göra det.

Vi börjar med att flytta över termen d till andra sidan. Det gör vi genom att subtrahera d från båda leden. Eftersom $d - d$ är noll försvinner den från högerledet. Men vi får däremot $-d$ i vänsterledet:

$$a - d = b \cdot c$$

För att vi skall få c ensamt kan vi nu dividera båda leden med b. I högerledet b/b blir det ju 1 och $1 \cdot c = c$ så därför blir det bara c kvar.

$$\frac{a - d}{b} = c$$

Vi har nu löst ut variabeln c ur ekvationen och kan beräkna dess värde om vi känner a, b och d.

Vi behöver ibland kunna stuva om ekvationer på detta sätt i elläran som vi kommer till lite senare.

2 Spänning, ström, motstånd och effekt

2.1 Storhet och enhet

Vi har tidigare nämnt storheter och enheter. En storhet betecknar en fysikalisk egenskap, det kan vara t.ex. en sträcka. En sträcka kan dock mätas i olika enheter, t.ex. meter, distansminuter eller mil. Dessa kallas för enheter.

Det är viktigt att förstå skillnaden mellan storheter som sträcka, spänning och ström och deras respektive enheter som meter, volt och ampere.

Storhet	**Bet.**	**Enhet**	**Bet.**
Sträcka	S	meter	m
Spänning	U	volt	V
Ström	I	ampere	A
Effekt	P	watt	W
Motstånd	R	ohm	Ω
Kapacitans	C	farad	F
Frekvens	F	hertz	Hz
Induktans	L	henry	H
Våglängd	λ	meter	m

Tabell 2: Vanliga storheter och enheter

2.2 Ledare och isolatorer

En elektrisk ledare är ett material som kännetecknas av att det möjliggör flödet av elektrisk ström för att det finns en god tillgång på fria laddningar, elektroner, i materialet.

De flesta metaller är goda elektriska ledare, en del är utmärkta såsom koppar, silver och aluminium.

En elektrisk ledning är en tråd som utförs i ett elektriskt ledande material och vars syfte är att leda elektrisk ström från den ena änden till den andra. Ledaren kännetecknas av låg *resistivitet* och stor tillgång på rörliga elektriska laddningar, elektroner.

En isolator är ett material som inte gärna leder elektrisk ström, till motsats mot en ledare kännetecknas isolatorer av att de har en hög resistivitet. Exempel på sådana material är t.ex. glas, porslin, trä och många plaster.

Isolatorer används för att säkerställa att ledare inte kommer i kontakt med varandra om de ej skall det. Som isolator runt elektriska ledningar används ofta plast eller gummiliknande material, i elektriska apparater använder man icke-ledande plast och på kretskort använder man ett basmaterial som inte leder ström samt lackar de områden där komponenter inte sitter med en isolerande skyddslack.

I enkla elektriska kretsar räknar man med storheterna spänning, ström och motstånd när man skall beräkna olika aspekter av en koppling.

2.3 Kopplingsschema, symboler

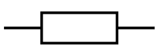
När vi betraktar kopplingar används stiliserade symboler för respektive komponenttyp. Det finns många varianter men vi skall titta på några av de enklaste och mest vanligt förekommande symbolerna och deras motsvarande komponenter.

Vi kommer inte gå igenom dem fullt ut här, det kommer mer information om detta och framför allt kan ni hitta mycket mer ingående informaton i boken *Koncept* om detta.

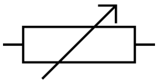
2.3.1 Resistor

Motstånd eller resistorer finns i olika tappningar. Det är den vanligaste komponenten i de flesta elektriska kretsar och används för att anpassa ström eller spänning till andra komponenter.

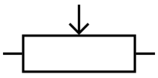
Den vanligaste varianten är den helt vanliga resistorn.



Ställbara resistorer används t.ex. som volymvred eller liknande och är oftast antingen vridresistorer som betecknas enligt:



Ibland kan de vara potentiometrar i stället. En potentiometer är ett motstånd med ett variabelt mittuttag och betecknas schemamässigt såhär:



Storheten resistans (R) har enheten ohm (Ω).

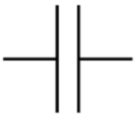
2.3.2 Strömbrytare

Strömbrytare ritas antingen som normalt öppna *normally open, NO* eller normalt slutna *normally closed, NC*. De växlar sedan till den andra positionen när något skall hända.

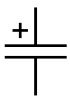
Även tryckknappen är en sorts strömbrytare.

2.3.3 Kondensatorer

Kondensatorer finns i många olika varianter. I scheman ser man ofta icke-polariserade kondensatorer t.ex. keramiska kondensatorer och polariserade kondensatorer som t.ex. elektrolytkondensatorer.



Polariserade kondensatorer har en markering på vad som är plus och/eller minussidan. Olika typer av symboler förekommer men detta är den vanligaste.



Kondensatorn har storheten kapacitans (C) som har enheten farad (F).

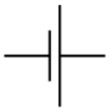
2.3.4 Spole

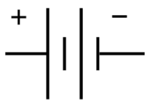
En spole ger induktans som är växelströmsmotstånd. Det finns många olika varianter av spolar, med och utan järnkärnor. Transformatorer består av spolar lindade på en kärna med olika omsättningstal (antal varv) som gör att spänning och/eller ström transformeras.

Spolen har storheten induktans (L) som har enheten henry (H)

2.3.5 Cell och batteri

Skillnaden mellan en cell och ett batteri är att ett batteri egentligen består av flera celler.





En cell har en elektromotorisk kraft (EMK) som mäts i storheten spänning (U) med enheten volt (V).

2.3.6 Lampa

I dag finns det förstås olika typer av ljuskällor. Det finns olika typer av katodrör t.ex. kallkatoder som ofta lyser upp datorskärmar, det finns LED-lampor mm. Sympbolen nedan är dock den klassiska glödlampan.

En lampa har både induktans (L) som mäts i enheten henry (H) och resistans som mäts i enheten ohm (Ω).

2.4 Elektronen och dess laddningsmängd

Elektrisk ström består av elektroner som flyter genom en ledare. En ledare är ett sådant material, oftast av metall, som har egenskapen att de har tillräckligt med fria elektroner för att ström skall kunna flyta genom den.

Elektronen har en negativ laddning som är $-1,6 \cdot 10^{-19}$ coulomb (enheten för elektrisk laddningsmängd). Denna laddningsmängd kallas för *elementarladdning*.

När fria elektroner i en ledare utsätts för en spänning börjar en ström flyta i ledaren. Denna ström utför ett arbete och kan t.ex. driva en elmotor eller få en lampa att lysa. Strömmens storlek talar om hur många laddningar som flyter genom ledaren per sekund. Strömmen mäts i enheten ampere och när $6,24 \cdot 10^{18}$ laddningar per sekund flyter genom en ledare kallas detta för 1 ampere.

Eftersom elektronen har en negativ laddning så flyter elektronerna från minuspolen till pluspolen i ett batteri. Däremot så flyter strömmen omvänt från pluspol till minuspol och detta beror på historiska skäl som gör att elektronens laddning har ett minustecken.

2.5 Spänning

Spänning betecknar potentialskillnad mellan två stycken punkter i en krets och mäts vanligtvis i enheten volt som betecknas med V. Strömstyrkan mäts vanligen i storheten ampere och betecknas med A. Motståndet för strömmen i en krets mäts vanligen i enheten ohm och betecknas med grekiska bokstaven stora omega, Ω.

Spänningen är det som driver strömmen genom en krets och kallas också för elektro-motorisk kraft eller EMK. Den kan komma från ett batteri eller en annan spänningskälla som ett kraftaggregat eller direkt från väggens uttag.

Alla batterier har en plus- och en minuspol. När man ansluter t.ex. en lampa av rätt sort mellan batteriets poler flyter det en ström genom lampan. Lampan ger upphov till ett motstånd i kretsen och detta tillsammans med batteriets spänning eller EMK samt lampans motstånd (resistans) avgör hur mycket ström som går i kretsen.

Spänningen mäts i volt som betecknas med V.

2.6 Ström

En elektrisk ström uppstår när man sluter en strömkrets. En enkel sådan består till exempel av ett batteri och en lampa. Batteriets EMK driver strömmen framåt genom lampan som då lyser.

Strömmen flyter alltid från plus till minus i en strömkrets. Är det likström gäller detta hela tiden men om man har växelström växlar polerna periodiskt och därmed strömriktningen. Växelström kommer vi in på senare i kursen, för närvarande nöjer vi oss med likströmsuppkopplingar.

Strömmen mäts i ampere som betekcnas med A.

2.7 Motstånd, resistans

Varje ledare har en viss resistans som kommer från det material den är utförd i. Även temperaturen har en viss betydelse men kan normalt bortses från utom i extrema fall.

Resistansen hos en ledare minskar med diametern hos ledaren, ju grövre ledare desto lägre resistans och ju smalare desto högre. Även längden avgör resistansen, en lång ledare har en högre resistans än en tunn ledare. Det finns tabeller över hur mycket resistans olika typer av ledare har räknat per längd och tvärsnittsarea.

Det finns särskilda komponenter som används mycket ofta. I nästan all elektronik är motståndet den i särklass vanligaste komponenten. Den kallas även för resistor (fr. engelskans *resistance*).

Motstånd i elektriska kretsar används för att begränsa ström eller spänning för andra komponenter och ingår i de flesta typer av kretskopplingar som vi kommer att titta på.

Även andra komponenter har resistans och erbjuder alltså ett motstånd mot strömmen. Detta gäller t.ex. lampor, mikrofoner, högtalare och även andra komponenter.

Även batterier har en resistans i sig. Ofta är den så låg att man kan bortse från den men vid höga strömuttag kan den göra sig gällande. Denna kallas för batteriets *inre resistans.*

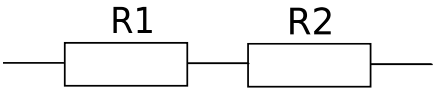
Vissa komponenter kan under vissa förhållanden ändra sin resistans. Detta gäller t.ex. för glödlampan som när den precis slås på får en ganska låg resistans som sedan snabbt ökar när glödtråden blir het och börjar producera ljus.

Resistansen mäts i enheten ohm och betecknas med store grekiska omega, Ω.

2.7.1 Seriekoppling av resistanser

Om man kopplar flera resistanser i serie enligt figuren xxxx så blir den totala resistansen den sammanlagda summan av de ingående komponenternas resistans.

Över varje resistor kommer det bli ett spänningsfall som beror på strömmen som flyter genom den och dess resistans. Denna kan beräknas med ohms lag som vi kommer till senare.



Figur 1: Seriekopplade resistanser

Betrakta figuren 1 där vi har två stycken resistanser som är seriekopplade. Dessa är betecknade R1 och R2. Den totala resistansen utgörs då av det sammanlagda värdet på R1 och R2.

$$R = R_1 + R_2 ... R_n$$

Har vi flera resistanser kan vi addera dem till kedjan så och beräkna den totala resistansen.

Exempel: Två motstånd seriekopplas och betecknas R1 och R2. Värdet på R1 är 120 Ω och värdet på R2 är 640 Ω beräkna den totala resistansen hos kopplingen.

Svar: Resistansen beräknas genom att lägga samman R1 och R2. Insatt i ekvationen ovan fås totala resistansen R enligt:

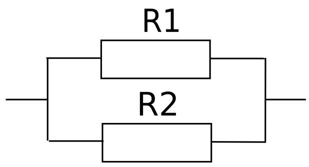
$$R = 120 + 640 = 760$$

Svaret är alltså 760 Ω.

2.7.2 Parallellkoppling av resistanser

Om vi i stället parallellkopplar två eller flera resistanser så flyter ju strömmen parallellt genom dessa. Det totala motståndsvärdet blir då mindre än varje enskild komponents motstånd.

Låt oss betrakta figuren 2 där en sådan koppling med två motstånd ses:



Figur 2: Paralellkopplade resistanser

För att beräkna det sammanlagda värdet av dessa resistanser så lägger vi samman *inversen* av deras värden och sedan inverterar vi den igen.

Formeln ser ut såhär:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} ... \frac{1}{R_n}$$

Låt oss ta exemplet från ovan med R1 på 120 Ω och R2 på 640 Ω. Insatt i ekvationen ovan får vi då:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{120} + \frac{1}{640}$$

Enklast är nu att ta fram miniräknaren. Det brukar finnas en knapp för att ta *inversen* av ett tal på den. Knappen brukar ha symbolen $1/x$ för att beteckna detta.

För att utföra denna beräkning så slår vi in siffran 120, sedan trycker vi på $1/x$. Därefter trycker vi + för att addera och slår in 640 och trycker på $1/x$ igen. Nu trycker vi = och då får vi resultatet $1/R$ i displayen.

Men vi vill veta R och inte $1/R$. För att få det värdet trycker vi på $1/x$ en gång till. Beräkningsmässigt får vi då:

$$\frac{1}{R} = 0,008333 + 0,0015625 = 0,0098958333$$

Så tar vi ett igenom detta värde och får då att

$$R = \frac{1}{0,0098958} = 101,05$$

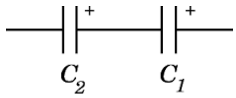
Svaret är då att kretsens totala resistans är ca 101 Ω.

2.8 Kondensatorn, kapacitans

En kondensators förmåga att bli uppladdad mäts i storheten kapacitans. Denna har enheten farad (F) men då 1 F är en väldigt stor enhet så ser vi vanligtvis kondensatorer i storleksordningen pikofarad pF 10^{-12}, nanofarad nF 10^{-9}, mikrofarad µF 10^{-6} och millifarad mF 10^{-3}.

2.8.1 Seriekoppling av kondensatorn

Betrakta kopplingen:



Figur 3: Seriekopplade kondensatorer

När man seriekopplar kondensatorer fungerar det ungefär som när man paralellkoppla resistanser. Den totala kapacitansen kan beräknas som:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + 1\frac{1}{C_n}$$

Man kan se detta som att när man seriekopplar delar man upp den totala kapacitansen på plattor med större avstånd. Den totala kapacitansen blir alltid mindre än den minsta ingående kapacitansen i kopplingen.

Exempel: En kondensator med värdet 47 µF seriekopplas med en kondensator på 12 µF. Vad blir den resulterande kapacitansen?

Svar: Eftersom de seriekopplas sätter vi in värdena i formeln ovan:

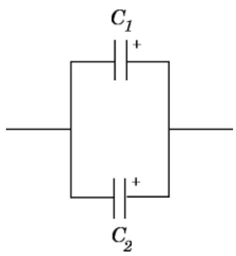
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{47 \cdot 10^{-6}} \frac{1}{12 \cdot 10^{-6}}$$

$$\frac{1}{C} = 21276.596 + 83333.333 = 104609.929$$

$$C = \frac{1}{104609.929} = 9.56 \cdot 10^{-6}$$

2.8.2 Parallellkoppling av kondensatorer

Betrakta följande koppling:



Figur 4: Parallellkopplade kondensatorer

När kondensatorer paralellkopplas läggs deras kapacitans samman. Det blir samma formel som när man seriekopplar resistanser:

$$C = C_1 + C_2 + ... + C_n$$

När man parallellkopplar kondensatorer kan man se det som att den totala arean på plattorna ökar. Detta leder till högre kapacitans och den totala kapacitansen är summan av alla kondensatorers kapacitans i seriekopplingen.

Exempel: En kondensator med värdet 120pF parallellkopplas med en kondesantor som har värdet 470pF. Vad blir den resulterande kapacitansen?

Svar: Enligt formeln kan vi lägga ihop dem och får då:

$$C = 120 \cdot 10^{-12} + 470 \cdot 10^{-12} = 590 \cdot 10^{-12}$$

Svaret blir alltså 590 pF.

2.9 Ohms lag

Det finns ett samband mellan ström, spänning och motstånd som brukar kallas för ohms lag. Denna anger sambandet och betecknas med *storheterna*. Detta samband uttrycks i sin grundform som:

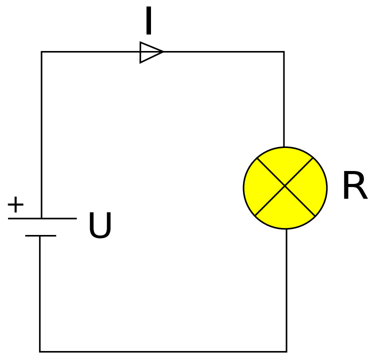
$$U = R \cdot I$$

Ett annat ord för motstånd är *resistans* och det är också från detta ord som beteckningen R kommer.

Genom de vanliga matematiska reglerna kan man skriva om och därmed lösa ut vilken storhet man vill ur denna formel. Vill vi exempelvis veta strömmen eller resistansen kan vi använda följande varianter:

$$I = U/R$$
$$R = U/I$$

De här tre varianterna måste vi kunna och lära oss att räkna med genom olika exempel och därför kommer här några övningsuppgifter med lösningar så att ni skall förstå hur man räknar.



Figur 5: Enkel krets med lampa

Betrakta strömkretsen i figur 5. Ett batteri är kopplat till en lampa så att ström flyter genom kretsen och lampan lyser. Batteriets spänning är 9 V och strömmen är 250 mA. Bestäm motståndet som lampan har.

Vi vill veta motståndet R så därför använder vi formeln $R = U/I$. Vi sätter in de mätvärden som vi har i formeln och får därmed:

$$R = 9/250 \cdot 10^{-3} = 9/0,250 = 36$$

Svaret är alltså 36 Ω.

2.10 Effektlagen — Coloumbs lag

Effektlagen säger någonting om förhållandet mellan spänning, ström och den effekt som utvecklas. Lagen liknar väldigt mycket ohms lag men talar om förhållandet mellan effekt, ström och spänning.

Storheten effekt mäts i enheten watt (uppkallad efter James Watt den industriella ångmaskinens fader).

Effekten över en komponent i en krets kan beräknas om man känner spänningen över komponenten samt strömmen genom densamma. Detta förhållande uttrycks som:

$$P = U \cdot I$$

Här kan vi direkt se att effekten 1 W är lika med 1 VA (volt-ampere).

Effekten är alltså produkten av spänning och ström. På samma sätt som med ohms lag kan vi om vi känner effekten och en av de andra storheterna beräkna den tredje:

$$U = P/I$$
$$I = P/U$$

Om vi åter tar oss en titt på lampan i figuren 5 så kan vi nu beräkna effekten som lampan utvecklar i kretsen.

Spänningen var ju 9 V och strömmen 250 mA. Om vi sätter in det i effektformeln så får vi följande:

$$P = 9 \cdot 250 \cdot 10^{-3} = 2,25$$

Med 2,25 watt på lampan lyser den inte särdeles starkt. Energin som lampan omsätter blir dels till värme och dels utstrålat ljus. En vanlig glödlampa som i detta exempel ger långt mer värme än ljus, så mycket som 90% kan vara värme.

2.11 Kombination av ohms lag och effektlagen

I en elektrisk krets kan man kombinera effektlagen och ohms lag. Eftersom båda formlerna innehåller storheterna spänning och ström kan vi använda något som kallas för substitution för att lösa tal som vi annars inte skulle kunna lösa med bara grundformlerna.

Låt oss repetera ohms lag lite snabbt:

$$U = R \cdot I$$
$$R = U/I$$
$$I = U/R$$

Samt effektlagen:

$$P = U \cdot I$$
$$I = P/U$$
$$U = P/I$$

Eftersom $U = R \cdot I$ så kan vi använda det sambandet om vi inte känner spänningen i kretsen. Vi får då en ny effektlag:

$$P = (R \cdot I) \cdot I = R \cdot I^2$$

Det som står inom parentesen är ju samma sak som U.

Fiffigt, eller hur? Nu kan vi beräkna effekten bara vi vet resistansen och strömmen! På samma sätt kan vi byta ut de andra storheterna mot den andra formeln och vi får då enklare att beräkna de storheter vi söker i kretsar där vi inte känner alla parametrar.

Här kommer en tabell som visar hur man kan beräkna respektive storhet ur de man känner. Det handlar alltså om att välja rätt formel baserat på de data som är givna eller uppmätta:

Storhet	**Beräkning**	**Storhet**	**Beräkning**
U	$U = R \cdot I$	R	$R = U/I$
	$U = P/I$		$R = P/I^2$
	$U = \sqrt{R \cdot P}$		$R = U^2/P$
I	$I = U/R$	P	$P = U \cdot I$
	$I = P/U$		$P = U^2/R$
	$I = \sqrt{P/R}$		$P = R \cdot I^2$

Tabell 3: Ohms lag och effektlagen